



TITLE:

# Studies on Dynamical Systems with Closed Orbit Property( Abstract\_要旨 )

AUTHOR(S):

Katayama, Noriaki

---

CITATION:

Katayama, Noriaki. Studies on Dynamical Systems with Closed Orbit Property. 京都大学, 1997, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1997-03-24

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/202341>

RIGHT:

氏 名	かた やま のり あき 片 山 登 揚
学位(専攻分野)	博 士 (工 学)
学 位 記 番 号	論 工 博 第 3212 号
学位授与の日付	平 成 9 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	Studies on Dynamical Systems with Closed Orbit Property (閉軌道性をもつ力学系の研究)

(主 査)  
論文調査委員 教 授 岩 井 敏 洋 教 授 大 矢 勇 次 郎 教 授 宗 像 豊 哲

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、閉軌道性をもつ力学系、すなわち、すべての有界軌道が閉軌道となる力学系について、対称性の観点からの研究結果をまとめたものであって、9章からなっている。

第1章は序論であり、力学系にあらわれる対称性と、これまでに研究されてきた閉軌道性をもつ力学系やケプラー型対称性をもつ力学系についてその概要を述べ、最後に本論文の構成を示している。

第2章では、4次元リーマン計量の一つである Taub-NUT 計量を拡張した一般化 Taub-NUT 計量に対応する測地流力学系を考えている。この測地流力学系は未知関数2個を含み、 $SO(2)$ 対称性を許容する。これに力学系の簡約化の手法を適用することにより、自由度3の簡約化力学系が構成される。それらの簡約化力学系のうち、ケプラー型対称性をもつものを見出し、その力学的対称性を明らかにしている。見出された力学系は閉軌道性をもっている。また同時に、対応する拡張 Taub-NUT 計量の幾何学的性質を明らかにしている。

第3章では、第2章で考察した一般化 Taub-UNT 計量の測地流力学系から得られる簡約力学系が2つの未知関数を含んでいることに注目し、閉軌道性の条件からこれらの未知関数を決定している。その結果、単極子場のある場合の調和振動子とケプラー運動の拡張を見出している。同時に、これらの2つ力学系の保存量をそれぞれ見出すことにより、力学的対称性を明らかにしている。

第4章では、自由度4の中心力学系に  $SO(2)$ 対称性による簡約化の手法を適用することにより、簡約化力学系が、単極子場のある自由度3の中心力学系となることを示している。ただし、簡約化力学系の運動エネルギーは、通常の運動エネルギーの関数倍の形となることも示している。ケプラー運動や調和振動子の閉軌道性を導く際に有効な手法であった Bertrand の手法を簡約化力学系に適用することにより、未知の中心力を決定している。その結果、簡約化力学系においてはケプラー型対称性を示す力学系と、自己交叉点をもつが閉軌道性を示す力学系(2重ケプラー系)を見出している。ケプラー型対称性を示す力学系は、自由度4の調和振動子に対応し、他方2重ケプラー系は自由度4のケプラー運動に対応することも明らかにしている。さらに、見出された2つの閉軌道性をもつ簡約化力学系に対しても、保存量をそれぞれ

れ見出すことにより力学的対称性を明らかにしている。また、見出されたケプラー型対称性をもつ力学系と、一様磁場中の平面 3 電子系の内部運動を記述する力学系との関係も明らかにしている。

第 5 章では、第 2 章で考察した一般化 Taub-NUT 計量の測地流力学系から得られる簡約化力学系に、拡張した Bertran の手法を適用している。つまり、簡約化力学系が閉軌道性をもつように拡張 Bertran 法で 2 つの未知関数を決め、可算無限個の力学系を構成し、これを多重ケプラー系と呼んでいる。この多重ケプラー系に含まれるパラメータが有理数か無理数かに従って、有界軌道は閉軌道となったり、ならなかったりする。さらに、ルンゲレンツベクトル型の保存ベクトルを構成している。また、多重ケプラー系が、これまで閉軌道性をもつ力学系として知られているケプラー運動や調和振動子およびそれらを一般化した系も含んでいることも示している。

第 6 章では、多重ケプラー系を量子化して、古典力学における閉軌道性が量子力学におけるエネルギー単位の偶然縮退性に対応することを示している。つまり、多重ケプラー系をある手法で量子化して得られるシュレディンガー方程式を解くことにより、古典系では閉軌道性を示すパラメータが有理数か無理数かに従って、量子系ではエネルギー単位の偶然縮退が起こったり起こらなかったりすることを示している。

第 7 章では、幾何学的な観点から配位空間を 3 次元定曲率空間とし、中心力の働く力学系を定義し、閉軌道性をもつ力学系として 3 次元定曲率空間上に調和振動子とケプラー運動の拡張を見出している。また、見出された拡張系は保存量の観点からすでに見出されている調和振動子とケプラー運動の拡張系に一致することも示している。

第 8 章では、第 7 章の拡張として配位空間を 3 次元定曲率空間とする単極子場をもつ中心力力学系を定義し、対称性の観点から重要な保存量である一般化ルンゲレンツベクトルと保存対称テンソルを具体的に構成している。特に、中心力がケプラー型と調和振動子型のときは、閉軌道性をもつ力学系となることを示し、一般化ルンゲレンツベクトルと保存対称テンソルがそれぞれの系で大域的に定義できることを示している。さらに、配位空間の曲率が零のときのケプラー型と調和振動子型の中心力をもつ 2 つの系の対称性を明らかにしている。

第 9 章は、結論であり、本研究で得られた成果について要約し、さらに今後の展開について述べている。

## 論文審査の結果の要旨

本論文は、閉軌道性をもつ力学系、すなわち、すべての有界軌道が閉軌道となる力学系について、対称性の観点からの研究結果をまとめたものであり、得られた主な結果は以下の通りである。

(1) 4 次元リーマン計量の一つである Taub-NUT 計量の拡張計量のうちで、対応する測地流力学系の  $SO(2)$  対称性による簡約化力学系がケプラー型対称性をもつものを見出した。さらに、この拡張 Taub-NUT 計量の幾何学的性質を明らかにした。

(2) Taub-NUT 計量の拡張計量に付随する測地流力学系の  $SO(2)$  対称性による簡約化力学系は、単極子場のある中心力系となるが、閉軌道性の条件からこの力学系に含まれる未知関数を決定することで、単極子場のある場合の調和振動子とケプラー運動の拡張を見出し、同時にこれらの力学系の対称性を明らかにした。

(3) (2)で考察した簡約化力学系に、拡張された Bertran の手法を適用することにより、閉軌道性をもった可算無限個の力学系が構成できることを示し、これを多重ケプラー系と呼んだ。多重ケプラー系に含まれるあるパラメータが有理数か無理数かに従って、有界軌道は閉軌道となるか、ならないかに分かれることを示した。

(4) 多重ケプラー系が古典力学としてもっている上記の閉軌道性は、量子化された力学系において、そのパラメータが有理数か無理数かにしたがって、エネルギー準位に偶然縮退が起こったり起こらなかったりする現象に対応することを示した。

以上、本論文は、従来から豊かな力学系対称性をもつ力学系の例として知られていた調和振動子とケプラー運動とを、閉軌道性の観点から統一的な形で一般化し、閉軌道性をもつ可算無限個の力学系を発見したものであり、さらに、それらを量子化して、古典力学系での閉軌道性が対応する量子力学系においてはエネルギー準位の偶然縮退となって現れることも明らかにしたものである。これらの成果は学術上、理論上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士（工学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成 9 年 1 月 7 日論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。